Wiskunde oefentoets hoofdstuk 12: Goniometrische formules

Iedere antwoord dient gemotiveerd te worden, anders worden er geen punten toegekend. Gebruik van grafische rekenmachine is toegestaan. Succes!

Gegeven formules

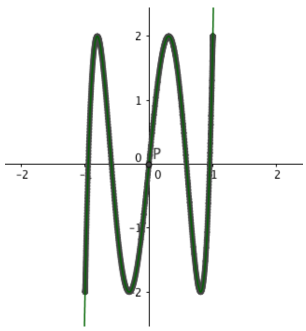
Som- en verschilformules	
$\cos(t+u) = \cos(t)\cos(u) - \sin(t)\sin(u)$	$[S.1]$
$\sin(t+u) = \sin(t)\cos(u) + \cos(t)\sin(u)$	$[S.2]$
$\cos(t-u) = \cos(t)\cos(u) + \sin(t)\sin(u)$	$[V.1]$
$\sin(t-u) = \sin(t)\cos(u) - \cos(t)\sin(u)$	$[V.2]$
Verdubbelingsformules	
$\sin(2A) = 2\sin(A)\cos(A)$	$[D.1]$
$\cos(2A) = \cos^2(A) - \sin^2(A)$	$[D.2]$
$\cos(2A) = 2\cos^2(A) - 1$	$[D.3]$
$\cos(2A) = 1 - 2\sin^2(A)$	$[D.4]$

PV

Een punt P wordt beschreven met de parametervoorstelling:

$$\left.\begin{aligned} x(t) &= \sin(t) \\ y(t) &= 2\sin(5t) \end{aligned}\right\}$$

Een lijn die door de punten P van deze parametervoorstelling gaat wordt beschreven volgens: $y = ax^5 - bx^3 + cx$.



5pt 1. Bereken de waarden van a, b en c.

4pt 2. Bereken alle waarden t en de coördinaten van de keerpunten van de parametervoorstelling.

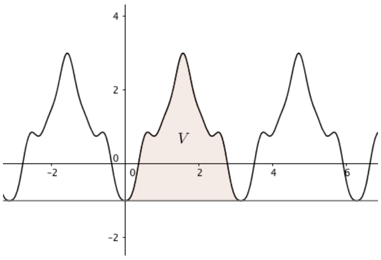
Oplossen

Los de volgende vergelijking algebraïsch op, in domein $[0, 2\pi]$.

3pt 3. $\sin(2x - 4) = \cos\left(x + \frac{1}{2}\pi\right)$

Machtige functie

Gegeven is de functie: $f(x) = \cos^2(x) - 2\cos(2x) + \sin^4(3x)$ en de lijn $k : y = -1$. De lijn k, en de grafiek van $f(x)$ sluiten op het domein van $[0, \pi]$ een oppervlakte V in. Deze oppervlakte is ongeveer gelijk aan 5,9.



4pt 4. Toon aan dat $f(x)$ lijnsymmetrisch is in $x = \frac{1}{2}\pi$.

6pt 5. Bereken algebraïsch de oppervlakte V in twee decimalen nauwkeurig.

Snelle sinus

Gegeven is zijn de functies $f(x) = \sin(91\pi x)$ en $g(x) = \cos(221\pi x)$. Door beide functies bij elkaar op te tellen ontstaat een nieuwe functie: $h(x) = f(x) + g(x)$.

3pt 6. Bereken de periode van $h(x)$.

4pt 7. Bereken exact de inhoud van de figuur die je krijgt als je $f(x)$ om de x-as wentelt tussen $x = 0$ en $x = 1$.

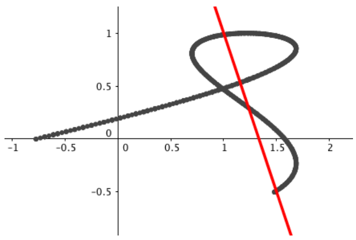
Nerd

De wiskundeleraar is een echte nerd, en daar is hij trots op. Zo heeft hij een parametervoorstelling bedacht die als (deel)pad een krul vormt. De parametervoorstelling waarmee dit gerealiseerd wordt is gegeven door:

$$\left.\begin{array}{l} x(t) = -2\cos(t) - 1{,}3\cos(2t) \\ y(t) = -\cos(t + 0{,}2\pi) \end{array}\right\}$$

Met $\frac{3}{10}\pi \leq t \leq \frac{22}{15}\pi$.

De lijn $k : y = -3x + 4$ snijdt de krul op vier punten A, B, C en D, zodanig dat $y_A > y_B > y_C > y_D$.



3pt 8. Bereken de lengte AC.

4pt 9. Bereken de coördinaten van het punt waarin de bewegingssnelheid over dit pad maximaal is. Rond je antwoord af op twee decimalen.

4pt 10. Stel een raaklijn op in B. Staat deze raaklijn loodrecht op lijn k?

In het assenstelsel ligt het punt $Q(0,1)$. Het punt P doorloopt de parametervoorstelling. De vector $\vec{PQ}$ en $\vec{PQ}_L$ vormen twee zijdes van een vierkant $PQRS$. Punt M is het midden van dit vierkant.

5pt 11. Stel een bewegingsvergelijking op voor punt M.

3pt 12. Bepaal voor welke t de oppervlakte van het vierkant $PQRS$ maximaal is.

EINDE — Harm van Deursen — 2017