

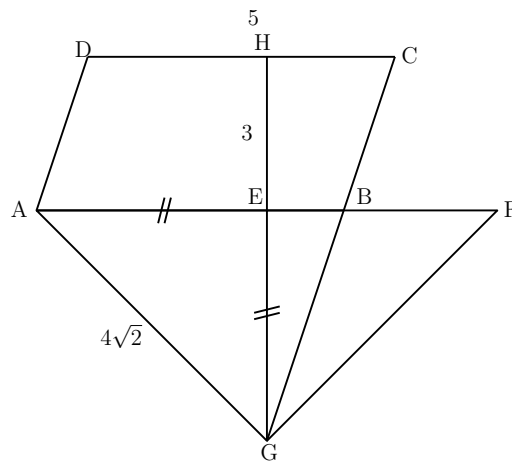
## Wiskunde oefentoets hoofdstuk 4: Meetkunde

Iedere antwoord dient gemotiveerd te worden, anders worden er geen punten toegekend. Gebruik van grafische rekenmachine is toegestaan. Succes!

Lengtes en hoeken

Hieronder staat een figuur. De lengte  $|DC| = 5$ , de lengte  $|EH| = 3$ , de lengte  $|AG| = 4\sqrt{2}$ . Vierhoek ABCD is een parallellogram, met een oppervlakte van 15. Verder weet je dat driehoek AFG een omgeschreven cirkel heeft, met middelpunt het midden van AF.

LET OP: het figuur kan uit verhouding zijn. Het heeft dus geen zin om hoeken en zijden te meten.



3pt 1. Leg uit waarom  $\angle AEG$  gelijk is aan  $90^\circ$ .

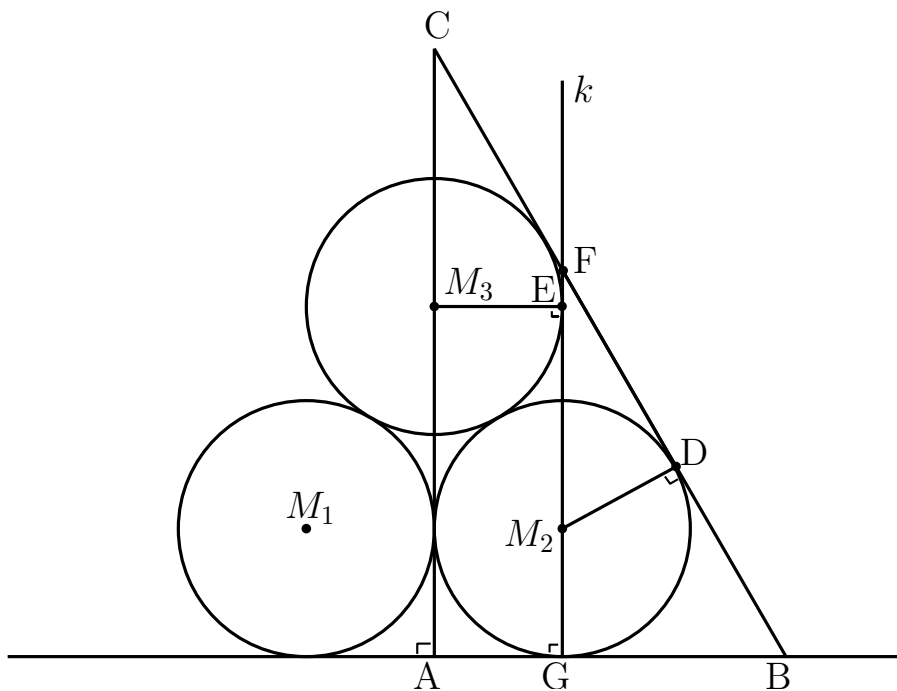
Als je vraag 1. niet kon beantwoorden, neem dan in ieder geval aan dat alle hoeken bij punt E gelijk zijn aan  $90^\circ$ .

3pt 2. Leg uit waarom  $\angle EGF$  gelijk is aan  $45^\circ$ .

4pt 3. Bereken:  $\angle ABC$

Rakende cirkels

Bekijk de figuur hieronder. Er zijn drie cirkels getekend ( $c_1$ ,  $c_2$  en  $c_3$ ), met middelpunt  $M_1$ ,  $M_2$  en  $M_3$  respectievelijk. Alle drie de cirkels zijn even groot. De raaklijn tussen  $c_1$  en  $c_2$  is de lijn  $AC$ , en gaat door  $M_3$ . De lijn  $k$  is de raaklijn aan  $c_3$  in  $E$ , door  $M_2$  en staat loodrecht op  $AB$ . De lijn  $BC$  is de raaklijn van cirkel  $c_2$  (in  $D$ ) en  $c_3$ . Het snijpunt tussen  $k$  en  $BC$  is  $F$ .



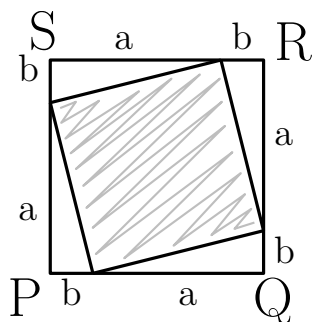
4pt 4. Laat zien dat  $\angle ABC = 60^\circ$ .

3pt 5. Druk de lengte  $|AB|$  uit in de straal  $r$  van de cirkels.

Oude bekende

Een voorbeeld van congruente driehoeken is:  $zrz$ . Twee gelijke zijden, met

een rechte hoek tussen deze zijden. Bekijk het vierkant PQRS hieronder.



- 3pt 6. Bewijs dat het gearceerde gebied ook een vierkant is.
- 3pt 7. Geef een formule voor de oppervlakte hiervan als functie van  $a$  en  $b$ . (*herken je iets?*)

Benadering van  $\pi$

Stel dat je het getal  $\pi$  niet zou kennen, maar de functies  $\sin$ ,  $\cos$  en  $\tan$  wel zouden bestaan. Dan kun je de oppervlakte van een cirkel benaderen met de oppervlakte van een regelmatige  $n$ -hoek.

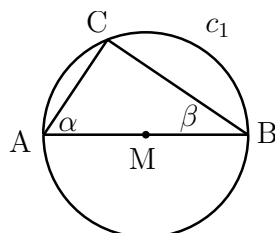
- 5pt 8. Bepaal vanaf welke  $n$  de benadering voor  $\pi$  afgerond 3,14 is.

Driehoek en cirkel

Bekijk het onderstaande plaatje. De straal van de cirkel  $c_1$  is  $r = 1$ . De oppervlakte van de cirkel  $c_1$  is  $O(c_1)$ . De oppervlakte van driehoek  $ABC$  is  $O(\Delta ABC)$ . In de constructie van  $\Delta ABC$  is ervoor gekozen dat:

$$\frac{1}{2}O(c_1) - O(\Delta ABC) = O(\Delta ABC)$$

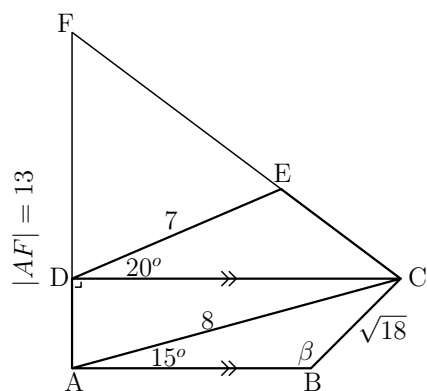
Met andere woorden: 'De oppervlakte van de driehoek is gelijk aan een kwart van de oppervlakte van de cirkel'.



7pt 9. Bereken alle mogelijke hoeken  $\alpha$  en  $\beta$  bij deze constructie.

Sinus- en cosinusregel

Bekijk het figuur hieronder.



3pt 10 Bereken  $\beta$ .

3pt 11 Bereken lengte  $|EF|$ .

---

**EINDE** — Harm van Deursen — 2016