

Wiskunde oefentoets hoofdstuk 11: Allerlei functies

Iedere antwoord dient gemotiveerd te worden, anders worden er geen punten toegekend. Gebruik van grafische rekenmachine is toegestaan. Succes!

Verhaaltje

In de TV-serie 'How I met your mother' zijn drie mannelijke hoofdpersonen: Ted, Marshall en Barney. In de serie wordt met veel verschillende vrouwen de liefde bedreven. Zo is bijvoorbeeld bekend dat de drie heren samen 329 vrouwen het bed (of een andere plek) in gekregen. Barney heeft met zeven keer zoveel vrouwen de liefde bedreven als Ted. En als laatste is bekend dat Ted met 40 vrouwen meer heeft geslapen dan Marshall.

- 5pt 1. Bereken met hoeveel vrouwen Barney, Ted en Marshall hebben geslapen.

Standaard functie

Gegeven is de functie $f: y = {}^2\log(3x - 5) - 1$. Deze functie is ontstaan uit translaties en vermenigvuldigingen van de standaard functie.

- 3pt 2. Geef de translaties en vermenigvuldigingen die nodig zijn om $f(x)$ te krijgen.
- 2pt 3. Maak in deze functie x vrij.

Wortel functie

Gegeven is de functie $f(x) = 2x\sqrt{\frac{1}{x} - \frac{1}{6}}$ en de functie $g(x) = \frac{1}{\sqrt{3}}x$.

- 4pt 4. Bereken exact het domein en bereik van $f(x)$.
- 4pt 5. Bereken algebraïsch voor welke x geldt dat $f(x) \geq g(x)$.

Evenredig?

Bij een experiment wordt bijgehouden wat de gemiddelde snelheid, v , van een hardloper is, bij verschillende afstanden, s . De bevindingen staan in de tabel hier onder.

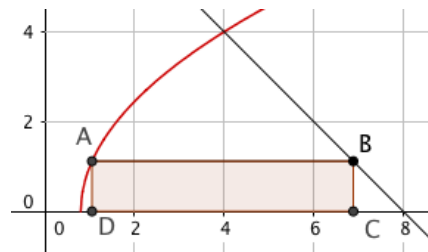
s	1 km	2 km	5 km	20 km
v	18.2 km/h	16.1 km/h	13.6 km/h	10.7 km/h

Albert beweert dat de snelheid evenredig is met de afstand tot de macht n . Bert beweert dat de snelheid *omgekeerd* evenredig is met de afstand tot de macht van n .

- 5pt 6. Heeft een van beide gelijk? Laat dit met een algebraïsche berekening zien. *Lukt het niet algebraïsch, gebruik dan de GR. Dit kost je wel drie punten.*

Optimaliseren I

Gegeven zijn de grafieken van de functie $f(x) = \sqrt{5x-4}$ en de functie $g(x) = -x + 8$. Het snijpunt tussen beide lijnen is $(4, 4)$. Voor een bepaalde p met $0 < p < 4$ ontstaat een rechthoek $ABCD$. De zijde AD wordt beschreven volgens een deel van de lijn $x = p$. Zie figuur.



Punt B wordt gekozen op de grafiek van functie g , met dezelfde y -coördinaat als dat van punt A . De oppervlakte van $ABCD$ wordt beschreven volgens:

$$O = \left(8 - \sqrt{5p-4} - p\right) \sqrt{5p-4}$$

- 4pt 7. Toon dit aan.

- 3pt 8. Bereken voor welke p de oppervlakte maximaal is.

Gebroken functie

Gegeven is de functie: $f(x) = \frac{2x-4}{3x+9}$.

4pt 9. Geef de asymptoten die horen bij $f(x)$.

Optimaliseren II

Een balkvormige doos - ontstaan uit een vierkant, uitgerekte in 3D - heeft een volume nodig van 40 liter. De materiaalkosten voor het bodem materiaal zijn €0,31 per dm². De zijkanten kosten €5,- per m² en de bovenkant kost €1900 per are.

6pt 10. Bereken algebraïsch de dimensies van de doos waarbij de kosten minimaal zijn.

EINDE — Harm van Deursen — 2017