Wiskunde oefentoets hoofdstuk 11: Integraalrekening

Iedere antwoord dient gemotiveerd te worden, anders worden er geen punten toegekend. Gebruik van grafische rekenmachine is toegestaan. Succes!

Primitieve

Bereken de primitieve van de volgende functies.

2pt	1.	$f(x) = 2x^3 - \frac{1}{x}$
4pt	2.	$g(x) = \ln(3x + 4) - \cos(2x - 2)$

Oppervlakten

Gegeven zijn: $f(x) = -\sin^3(x) - \sin(x)\cos^2(x) + 1$ en $g(x) = e^{-0{,}5x}$.

4pt	3.	Bereken algebraïsch de oppervlakte onder $f(x)$ van $x = 0$ tot $x = \pi$.

Heb je geen primitieve kunnen vinden voor $f(x)$, neem dan $F(x) = \cos(x) + x + 3$

3pt	4.	Bereken algebraïsch de oppervlakte tussen $f(x)$ en $g(x)$ van $x = -1{,}3$ tot $x = 2{,}3$

Gelijke oppervlakten

Gegeven is de functie $f(x) = x^2$. Samen met de x-as en de lijn $x = 2$ wordt een gebied V ingesloten.

3pt	5.	Bepaal voor welke p de lijn $y = p$ het gebied V in twee gelijke delen verdeeld.

Torus

Gegeven zijn de functies $f(x) = \sqrt{4 - x^2} + 3$ en $g(x) = -\sqrt{4 - x^2} + 3$. De functies f en g vormen samen een cirkel. Deze cirkel kan vervolgens om de x-as worden gewenteld. Hierdoor ontstaat een torus (donut-achtig figuur).

3pt	6.	Bepaal de inhoud van deze torus.

Parametervoorstelling

De functie $f(x)$ wordt beschreven volgens de parametervoorstelling:

$$x(t) = 5t + 20$$
$$y(t) = e^t$$

Als de functie $f(x)$ om de x-as wordt gewenteld ontstaat het lichaam V.

5pt 7. Bereken algebraïsch voor welk interval $[1, p]$ het lichaam V een inhoud heeft van 300. Rond je antwoord af op twee decimalen.

Integraal

Gegeven is de functie $f(x) = \log(x^2 + 6x + 9)$. Deze functie sluit samen met de lijnen $x = \frac{1}{\sqrt{10}} - 3$ en $y = 2$ een gebied V in.

6pt 8. Bereken exact de oppervlakte van V.

Afgeknotte kegel

De inhoud van een afgeknotte kegel wordt berekend volgens de formule:

$$\frac{\pi}{3}h(R^2 + Rr + r^2)$$

waarbij h de hoogte van de afgeknotte kegel is, R de grote straal en r de kleine straal.

4pt 9. Toon dit aan met behulp van integraalrekening

EINDE — Harm van Deursen — 2017