

Wiskunde oefentoets hoofdstuk 13: Limieten en asymptoten

Iedere antwoord dient gemotiveerd te worden, anders worden er geen punten toegekend. Gebruik van grafische rekenmachine is toegestaan. Succes!

Gegeven formules

Som- en verschilformules	
$\cos(t + u) = \cos(t) \cos(u) - \sin(t) \sin(u)$	[S.1]
$\sin(t + u) = \sin(t) \cos(u) + \cos(t) \sin(u)$	[S.2]
$\cos(t - u) = \cos(t) \cos(u) + \sin(t) \sin(u)$	[V.1]
$\sin(t - u) = \sin(t) \cos(u) - \cos(t) \sin(u)$	[V.2]
Verdubbelingsformules	
$\sin(2A) = 2 \sin(A) \cos(A)$	[D.1]
$\cos(2A) = \cos^2(A) - \sin^2(A)$	[D.2]
$\cos(2A) = 2 \cos^2(A) - 1$	[D.3]
$\cos(2A) = 1 - 2 \sin^2(A)$	[D.4]

Inverse

Gegeven is de functie:

$$f(x) = \frac{2x^2 + x - 3}{1,5x^2 - 4,5x + 3}$$

Deze functie heeft een gat. De functie $g(x)$ is de gereduceerde functie van $f(x)$. Dus $f(x) = g(x)$ voor alle x behalve $x = x_{gat}$.

6pt 1. Bereken de inversie functie van $g(x)$.

Continuïteit

Gegeven zijn de functies:

$$f_p(x) = \begin{cases} |-2x + 6p| & \text{voor } x \leq 3 \\ 3(x - p)^2 - 57 & \text{voor } x > 3 \end{cases}$$

Er is één positieve waarde voor p zodat de functie $f_p(x)$ continu is.

7pt 2. Bereken exact deze waarde van p .

Exponentiële functie

Gegeven is de functie

$$f(x) = \frac{4e^{\frac{1}{2x}}}{e^{\frac{1}{2x}} + 1}$$

In deze opgave staan a en b voor de volgende limieten:

$$a = \lim_{x \uparrow 0} f(x) \quad b = \lim_{x \downarrow 0} f(x)$$

3pt 3. Bereken a en b .

2pt 4. Toon aan dat de formule van $f(x)$ één horizontale asymptoot heeft en geef de formule van deze asymptoot.

Gaatjes en oppervlakte

Gegeven is een functie

$$f(x) = \frac{x^3 - 4x^2 - 129x + 396}{x^3 + 5x^2 - 138x - 792}$$

6pt 5. Laat zien dat deze functie een gat heeft voor $x = 12$ en bereken algebraïsch $\lim_{x \rightarrow 12} f(x)$.

De functie heeft nog een ander gat voor $x = a$ en een verticale asymptoot voor $x = b$.

8pt 6. Bereken algebraïsch de oppervlakte ingesloten door $f(x)$, de x -as en de lijnen $x = a + 1$ en $x = b - 1$.

Integraal

Gegeven zijn de functies:

$$f_a(x) = \frac{ax + 4}{x + 2}$$

Voor een bepaalde waarde van a geldt:

$$\int_{x=1}^{x=7} f_a(x) dx = 18 - 2 \ln(3)$$

6pt 7. Bereken algebraïsch voor welke a dit geldt.

Gonio

Gegeven is de functie:

$$f(x) = \frac{\sin(x)}{2 \cos^2(ax) - 0,5}$$

Voor een bepaalde a , met $\frac{1}{2} < a < 1$ heeft deze grafiek een verticale asymptoot voor $x = 1\frac{1}{2}\pi$.

5pt 8. Bereken exact voor welke waarde van a dit geldt.

EINDE — Harm van Deursen — 2017